

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Мордовский государственный педагогический
университет имени М.Е. Евсевьева»**

Физико-математический факультет

Кафедра математики и методики обучения математике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины: Теория рядов и ее приложения

Уровень ОПОП: Бакалавриат

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя
профилями подготовки)

Профиль подготовки: Информатика. Математика

Форма обучения: Очная

Разработчики:

Лапина И.Э., старший преподаватель

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 11 от
17.05.2018 года

Зав. кафедрой  Ладосшкин М. В.

Программа с обновлениями рассмотрена и утверждена на заседании кафедры,
протокол № 11 от 27.06.2020 года

Зав. кафедрой  Ладосшкин М. В.

Программа с обновлениями рассмотрена и утверждена на заседании кафедры,
протокол № 1 от 31.08.2020 года

Зав. кафедрой  Ладосшкин М. В.

1. Цель и задачи изучения дисциплины

Цель изучения дисциплины - формирование систематизированных знаний в области теории рядов и их приложений, для его подготовки к реализации образовательных программ по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов.

Задачи дисциплины:

- выработать умения вычисления конечных сумм, доказательства свойств и теорем, относящихся к теории рядов;
- научить применять методы теории рядов для решения дифференциальных уравнений, приближенных вычислений, доказательств различных тождеств;
- дать научное обоснование олимпиадным методам в школьной математике;
- провести анализ элементов теории рядов, возможных для изучения в школьном курсе «Алгебра и начала математического анализа», и разработать методику обучения им.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина Б1.В.ДВ.05.02 «Теория рядов и ее приложения» относится к вариативной части учебного плана.

Дисциплина изучается на 3 курсе, в 5, 6 семестрах.

Для изучения дисциплины требуется: владение содержанием математических дисциплин первого и второго курсов обучения

Изучению дисциплины «Теория рядов и ее приложения» предшествует освоение дисциплин (практик):

Математический анализ.

Освоение дисциплины «Теория рядов и ее приложения» является необходимой основой для последующего изучения дисциплин (практик):

Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена.

Область профессиональной деятельности, на которую ориентирует дисциплина «Теория рядов и ее приложения», включает: образование, социальную сферу, культуру.

Освоение дисциплины готовит к работе со следующими объектами профессиональной деятельности:

- обучение;
- воспитание;
- развитие;
- образовательные системы.

В процессе изучения дисциплины студент готовится к видам профессиональной деятельности и решению профессиональных задач, предусмотренных ФГОС ВО и учебным планом.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование компетенций и трудовых функций (профессиональный стандарт Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель), утвержден приказом Министерства труда и социальной защиты №544н от 18.10.2013).

Выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК) в соответствии с видами деятельности:

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

педагогическая деятельность

ПК-1 готовностью	знать: - основные понятия и методы теории рядов; - математическую терминологию и символику теории рядов; - приемы исследования рядов на сходимость; - основные приложения теории рядов; - требования ФГОС к результатам освоения основной образовательной программы: личностным, метапредметным и предметным в области математики; уметь: - находить сумму ряда по определению.; - исследовать числовой ряд на сходимость, используя различные признаки сходимости знакоположительных рядов; - исследовать числовой ряд на условную сходимость; - раскладывать функции в степенные и тригонометрические ряды и решать прикладные задачи, связанные с этим разложением; владеть: - основными понятиями школьного курса математики, связанные с теорией рядов (профильный уровень); - методами анализа задачной ситуации и выбора метода её решения; - приемами составления вопросов, направляющих поиск решения задачи. - современными знаниями о приложениях теории рядов.
реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов	

ПК-2 способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики

педагогическая деятельность

ПК-2 способностью использовать современные методы и технологии технологии обучения и диагностики	Знать: - современные методы и технологии обучения и Уметь: - использовать современные методы и технологии Владеть: - навыками применения современных методов и технологий обучения и диагностики.
--	--

4.Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Пятым семестр	Шестой семестр
Контактная работа (всего)	54	18	36
Лабораторные	36		36
Практические	18	18	
Самостоятельная работа (всего)	162	90	72
Виды промежуточной аттестации			
Зачет		+	+
Общая трудоемкость часы	216	108	108
Общая трудоемкость зачетные единицы	6	3	3

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание модулей дисциплины

Модуль1.Методы суммирования и числовые ряды:

Суммирование конечных последовательностей. Суммирование числовых рядов. Признаки сходимости положительных степенных рядов. Условная сходимость числового ряда. Приложения числовых рядов.

Модуль2.Степенные ряды и их приложения:

Степенные ряды. Ряд Тейлора. Приложения к решению дифференциальных уравнений. Формальные степенные ряды. Приложения теории рядов в комбинаторике.

Модуль 3. Функциональные ряды:

Метрика в функциональных пространствах. Равномерная сходимость функциональных рядов. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Интегрирование и дифференцирование равномерно сходящихся функциональных рядов. Ряды с комплексными членами.

Модуль 4. Ряды Фурье:

Тригонометрический ряд. Особенности ряда Фурье для четной и нечетной функции. Сумма тригонометрического ряда. Комплексная форма ряда Фурье.

5.2 Содержание дисциплины: Практические (18 ч.)

Модуль 1. Методы суммирования и числовые ряды (10 ч.)

Тема 1. Суммирование конечных последовательностей (2 ч.)

Вычисление сумм конечных последовательностей. Вычисление частичных сумм числового ряда.решение школьных олимпиадных задач на суммирование.

Тема 2. Суммирование числовых рядов (2 ч.)

Вычисление сумм числовых рядов по определению.

Тема 3. Признаки сходимости положительных степенных рядов (2 ч.)

Использование признаков сравнения, Даламбера, Коши для исследования сходимости числовых рядов

Тема 4. Условная сходимость числового ряда (2 ч.)

Исследование числового ряда на условную сходимость. Признак Лейбница. Теорема Римана о перестановке членов условно сходящегося ряда.

Тема 5. Приложения числовых рядов (2 ч.)

Парадоксы, связанные с расходящимися рядами. Геометрические иллюстрации для сходящихся числовых рядов.

Модуль 2.Степенные ряды и их приложения (8 ч.)

Тема 6. Степенные ряды. Ряд Тейлора (2 ч.)

Степенные ряды. Интервал сходимости степенного ряда. Ряд Тейлора. Достаточное условие сходимости ряда Тейлора.

Тема 7. Приложения к решению дифференциальных уравнений (2 ч.)
Приложения степенных рядов к решению дифференциальных уравнений.
Приближенные вычисления.

Тема 8. Формальные степенные ряды (2 ч.)
Формальные степенные ряды и действия над ними. Производящая функция последовательности. Сдвиг начала. Формула свертки. Изменение масштаба.

Тема 9. Приложения теории рядов в комбинаторике (2 ч.)
Приложения теории рядов для решения рекуррентных соотношений.

5.3 Содержание дисциплины: Лабораторные (36 ч.)

Модуль 3. Функциональные ряды (18 ч.)

Тема 10. Метрика в функциональных пространствах (2 ч.)
Метрика Чебышева в пространстве непрерывных на отрезке функций. Равномерная сходимость функциональной последовательности

Тема 11. Равномерная сходимость функциональных рядов (2 ч.)
Функциональные ряды и их сходимость. Равномерная сходимость. Критерий Коши. Сумма равномерно сходящегося функционального ряда.

Тема 12. Интегрирование и дифференцирование равномерно сходящихся функциональных рядов (2 ч.)
Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных рядов. Решение задач на доказательство тождеств.

Тема 13. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда (2ч.)
Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Решение задач.

Тема 14. Ряды с комплексными членами (2 ч.)
Ряды над полем комплексных чисел. Степенные ряды. Ряд Лорана.

Тема 15. Метрика в функциональных пространствах (2 ч.)
Метрика Чебышева в пространстве непрерывных на отрезке функций. Равномерная сходимость функциональной последовательности

Тема 16. Равномерная сходимость функциональных рядов (2 ч.)
Функциональные ряды и их сходимость. Равномерная сходимость. Критерий Коши. Сумма равномерно сходящегося функционального ряда.

Тема 17. Интегрирование и дифференцирование равномерно сходящихся функциональных рядов (2 ч.)
Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных рядов. Решение задач на доказательство тождеств.

Тема 18. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда (2ч.)
Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Решение задач.

Модуль 4.Ряды Фурье (18 ч.)

Тема 19. Тригонометрический ряд (2 ч.)
Тригонометрический ряд и его сумма. Разложение функций по ортогональной системе функций. Ряд Фурье.

Тема 20. Сумма тригонометрического ряда (2 ч.)
Теорема Дирихле о сумме тригонометрического ряда. График суммы ряда Фурье. Решение задач.вычисление специальных сумм.

Тема 21. Особенности ряда Фурье для четной и нечетной функции (2 ч.)
Особенности ряда Фурье для четной или нечетной функции. Разложение в ряд

функции, заданной на произвольном промежутке.

Тема 22. Ряды с комплексными членами (2 ч.)

Ряды над полем комплексных чисел. Степенные ряды. Ряд Лорана.

Тема 23. Тригонометрический ряд (2 ч.)

Тригонометрический ряд и его сумма. Разложение функций по ортогональной системе функций. Ряд Фурье.

Тема 24. Сумма тригонометрического ряда (2 ч.)

Теорема Дирихле о сумме тригонометрического ряда. График суммы ряда Фурье. Решение задач. вычисление специальных сумм.

Тема 25. Особенности ряда Фурье для четной и нечетной функции (2 ч.)

Особенности ряда Фурье для четной или нечетной функции. Разложение в ряд функции, заданной на произвольном промежутке.

Тема 26. Итоговое занятие (2 ч.)

Выполнение контрольной работы или проведение мастер-класса по применению тригонометрических рядов.

6 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

6.1 Вопросы и задания для самостоятельной работы

Пятый семестр (90 ч.)

Модуль1.Методы суммирования и числовые ряды (45 ч.)

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Исследовать на сходимость числовые ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 - 4n + 3}{100n^2 + 1} \right)^2.$

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 4n + 5}{3^n \cdot (n+1)}.$

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n \cdot (2n+3)}$

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{15n^2 + 6n + 4}{3n + 2 + 12n^2} \right)^n.$

д) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^2 n}.$

е) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2\sqrt[3]{n^7} + n}.$

ж) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{n^4}} \right)$

з) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{\sqrt{n^3} + 5}.$

Модуль2.Степенные ряды и их приложения (45ч.)

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Задание 1. Найти область сходимости ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 4}{4^n} (x - 4)^n$$

Задание 2. Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в ряд и затем проинтегрировав его почленно:

$$\int_0^5 e^{-x^2/4} dx$$

Шестой семестр (72 ч.)

Модуль3.Функциональные ряды (36 ч.)

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Задание 1. Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданному начальному условию:

$$y' + 2y = e^x \cdot y^2, \quad y(0) = 1$$

Вид СРС: *Выполнение компетентностно-ориентированных заданий.

Подготовка презентации "Различные виды функциональных рядов"

Модуль4.Ряды Фурье (36 ч.)

Вид СРС: Подготовка к контрольной работе

Задание 1. Разложить функцию $f(x) = x + \frac{\pi}{2}$ в ряд Фурье по косинусам в интервале $(0, \pi)$.

Вид СРС: Подготовка к промежуточной аттестации

Проработка теоретического материала по всем темам.

7 Тематика курсовых работ(проектов)

Курсовые работы (проекты) по дисциплине не предусмотрены.

8. Оценочные средства для промежуточной аттестации

8.1. Компетенции этапы формирования

Коды компетенций	Этапы формирования		
	Курс, семестр	Форма контроля	Модули (Модульы) дисциплины
ПК-1, ПК-2	3 курс, Пятый семестр	Устный опрос, контрольная работа	Модуль 1: Методы суммирования и числовые ряды.

ПК-1, ПК-2	3 курс, Пятый семестр	Устный опрос, контрольная работа	Модуль 2: Степенные ряды и их приложения.
ПК-1, ПК-2	3 курс, Шестой семестр	Устный опрос, контрольная работа	Модуль 3: Функциональные ряды.
ПК-1, ПК-2	3 курс, Шестой семестр	Зачет	Модуль 4: Ряды Фурье.

Сведения об иных дисциплинах, участвующих в формировании данных компетенций:

Компетенция ПК-1 формируется в процессе изучения дисциплин:

Методика обучения математике, Методика обучения информатике, Теоретические основы информатики, Математический анализ, Программирование, Элементарная математика, Алгебра, Компьютерные сети, Компьютерная алгебра, Компьютерное моделирование, Математическое моделирование, Компьютерная графика, Информационные системы, Интернет-технологии, Практикум по информационным технологиям, Численные методы, Геометрия, Вводный курс математики, Системы компьютерной математики, Разработка электронных образовательных ресурсов и методика их оценки, Проектирование информационно-образовательной среды, Исследовательская и проектная деятельность учащихся по информатике, Внеурочная деятельность учащихся по информатике, Защита информации в компьютерных сетях, Информационная безопасность в образовании, Элементы функционального анализа, Технология обучения математическим понятиям в школе, Технология обучения учащихся решению математических задач, Моделирование в системах динамической математики, Применение систем динамической математики в образовании, 3D моделирование, Проектирование в системах автоматизированного проектирования, Свободные инструментальные системы, Разработка приложений в Microsoft Visual Studio, Методы аксиоматического построения алгебраических систем, Задачи спараметрами и методы их решения, Исследовательская и проектная деятельность в обучении математике, Формы и методы работы с одаренными детьми, Решение задач повышенного уровня сложности по алгебре, Решение задач повышенного уровня сложности по геометрии, Методика обучения математике в профильных классах, Технология разработки и методика проведения элективных курсов по математике, Методы решения задач по информатике, Решение олимпиадных задач по информатике, Нестандартные методы решения математических задач, Методы решения задач государственной итоговой аттестации по математике, Общая теория линейных операторов и ее приложение к решению геометрических задач, Элементы конструктивной геометрии в школьном курсе математики, Исторический подход в обучении математике, Компетентностный подход в обучении математике, Реализация прикладной направленности в обучении математике, Методология методики обучения математике, Решение задач основного государственного экзамена по математике, Искусственный интеллект и экспертные системы, Оптимизация и продвижение сайтов, Решение задач профильного уровня единого государственного экзамена по математике.

Компетенция ПК-2 формируется в процессе изучения дисциплин:

Информационные технологии в образовании; Методика обучения математике; Методика обучения информатике; Математический анализ; Физика; История математики; Исследовательская и проектная деятельность учащихся по информатике; Элементы функционального анализа; Методика подготовки учащихся к государственной итоговой аттестации по информатике; Технология разработки и методика проведения элективных курсов по информатике; Реализация прикладной направленности в обучении математике; Исторический подход в обучении математике.

8.2. Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания

В рамках изучаемой дисциплины студент демонстрирует уровни овладения компетенциями:

Повышенный уровень:

знает и понимает теоретическое содержание дисциплины; творчески использует ресурсы (технологии, средства) для решения профессиональных задач; владеет навыками решения практических задач.

Базовый уровень:

знает и понимает теоретическое содержание; в достаточной степени сформированы умения применять на практике и переносить из одной научной области в другую теоретические знания; умения и навыки демонстрируются в учебной и практической деятельности; имеет навыки оценивания собственных достижений; умеет определять проблемы и потребности в конкретной области профессиональной деятельности.

Пороговый уровень:

понимает теоретическое содержание; имеет представление о проблемах, процессах, явлениях; знаком с терминологией, сущностью, характеристиками изучаемых явлений; демонстрирует практические умения применения знаний в конкретных ситуациях профессиональной деятельности.

Уровень ниже порогового:

имеются пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, студент допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий, не способен продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Уровень сформированности компетенции	Шкала оценивания для промежуточной аттестации	Шкала оценивания по БРС
	зачет	
Повышенный	зачтено	90 - 100%
Базовый	зачтено	76 - 89%
Пороговый	зачтено	60 - 75%
Ниже порогового	не зачтено	Ниже 60%

Критерии оценки знаний студентов по дисциплине

Оценка	Показатели
зачтено	Студент демонстрирует знание и понимание основного содержания дисциплины. Экзаменуемый знает основные понятия и методы теории рядов; математическую терминологию и символику теории рядов; приемы исследования рядов на сходимость; основные приложения теории рядов; умеет находить сумму ряда по определению; исследовать числовой ряд на сходимость, используя различные признаки сходимости знакоположительных рядов; исследовать числовой ряд на условную сходимость; раскладывать функции в степенные и тригонометрические ряды и решать прикладные задачи, связанные с этим разложением; владеет современными знаниями о приложениях теории рядов. Однако допускаются одна-две неточности в ответе. Студент дает логически выстроенный, достаточно полный ответ по вопросу.
не зачтено	Студент демонстрирует незнание основного содержания дисциплины, обнаруживая существенные пробелы в знаниях учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предлагаемых заданий; затрудняется делать выводы и отвечать на дополнительные вопросы преподавателя.

8.3. Вопросы, задания текущего контроля

Модуль 1: Методы суммирования и числовые ряды

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Найдите значения заданных конечных сумм.
2. Найдите формулу общего члена для данного ряда, заданного поэлементно.
3. Вычислите сумму данного ряда.
4. Исследуйте на сходимость ряд, используя признак сравнения.
5. Исследуйте на сходимость ряд, используя признак Даламбера.

ПК-2 способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики

1. Исследуйте на сходимость ряд, используя признак Коши.
2. Исследуйте на сходимость ряд, используя интегральный признак.
3. Исследуйте на сходимость ряд, используя признак Лейбница.
4. Приведите пример ряда, который может изменить сумму при перестановке членов.

Модуль 2: Степенные ряды и их приложения

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Запишите известные разложения в ряд Маклорена элементарных функций.
2. Разложите данную функцию в ряд Тейлора.
3. Покажите, как разложение в ряд применяется для вычисления пределов.

ПК-2 способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики

1. Покажите, как представление функции в виде ряда применяется для решения дифференциальных уравнений.

2. Покажите применение разложения в ряд функции для приближенного вычисления значений этой функции.

3. Покажите применение производящих функций для решения комбинаторных задач.

Модуль 3: Функциональные ряды

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Исследуйте конкретную функциональную последовательность на равномерную сходимость.

2. Исследуйте данный ряд на равномерную сходимость по определению равномерной сходимости.

ПК-2 способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики

1. Исследуйте данный ряд на равномерную сходимость с помощью признака Вейерштрасса.

2. Опишите свойства сумм равномерно сходящихся функциональных рядов.

Модуль 4: Ряды Фурье

ПК-1 готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

1. Сформулируйте понятие скалярного произведения векторов в евклидовом пространстве и функций в гильбертовом пространстве.

2. Опишите ортогональную систему функций и докажите ортогональность тригонометрической системы.

ПК-2 способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики

1. Проведите разложение в тригонометрический ряд данной функции на заданном промежутке.

2. Опишите свойства функции, являющейся суммой тригонометрического ряда.

8.4. Вопросы, задания текущего контроля

Шестой семестр (Зачет, ПК-1, ПК-2)

1. Ввести понятие числового ряда и его суммы. Привести примеры из школьного курса алгебры, иллюстрирующие это понятие.

2. Сравнить сходящиеся и расходящиеся числовые ряды, Доказать простейшие свойства сходящихся рядов: умножение на константу и сумма сходящихся рядов.

3. Доказать необходимое условие сходимости ряда, на примере показать, что оно не является достаточным. Сформулировать достаточное условие расходимости числового ряда.

4. Исследовать сходимость рядов с неотрицательными членами. Доказать критерий сходимости числового ряда с неотрицательными членами.

5. Сформулировать и доказать признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами.

6. Сформулировать и доказать признак Даламбера сходимости рядов с неотрицательными членами.

7. Сформулировать и доказать признак Коши сходимости рядов с неотрицательными членами.

8. Сформулировать и доказать интегральный признак сходимости рядов с неотрицательными членами.

9. Ввести понятие знакочередующегося ряда. Доказать признак Лейбница.
10. Ввести понятие абсолютно сходящегося ряда и обосновать свойства абсолютно сходящихся рядов.
11. Сформулировать и доказать теорему о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда.
12. Ввести понятие условно сходящегося ряда. Сформулировать и обосновать теорему Римана о перестановке членов условно сходящегося ряда.
13. Дать определение функциональной последовательности. Сравнить поточечную и равномерную сходимость на множестве. Привести пример неравномерно сходящейся функциональной последовательности.
14. Сформулировать понятие равномерной сходимости функциональной последовательности и функционального ряда. Обосновать критерий равномерной сходимости на множестве.
15. Дать определение функционального ряда. Объяснить, как определять область сходимости функционального ряда. Дать определение равномерной сходимости и привести примеры равномерно сходящихся функциональных рядов.
16. Сформулировать и доказать признак Вейерштрасса равномерной сходимости функциональной последовательности и функционального ряда.
17. Объяснить, какой может быть сумма равномерно сходящейся функциональной последовательности непрерывных функций. Доказать этот факт. Сформулировать аналогичное утверждение для функциональных рядов.
18. Сформулировать теорему о почленном интегрировании функциональной последовательности и аналогичную теорему для функциональных рядов. Привести примеры применения этой теоремы.
19. Сформулировать теорему о почленном дифференцировании функциональной последовательности и аналогичную теорему для функциональных рядов.
20. Сформулировать критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности и функционального ряда.
21. Ввести понятие степенного ряда над полем действительных чисел. Сформулировать и доказать теорему Абеля.
22. Обосновать правила вычисления радиусов сходимости степенного ряда. Привести различные формулы для вычисления радиусов сходимости и примеры применения этих формул.
23. Сформулировать и обосновать теорему о радиусе сходимости степенного ряда и ряда его первообразных.
24. Сформулировать и доказать теорему о почленном интегрировании и дифференцировании степенного ряда. Привести примеры использования этой теоремы.
25. Объясните, как записывается ряд Тейлора функции. Доказать достаточное условие сходимости ряда Тейлора.
26. Обосновать разложение в ряд функций e^x , $\operatorname{sh}(x)$, $\operatorname{ch}(x)$ и показать применение этих разложений.
27. Обосновать разложение в ряд функций $\cos(x)$, $\sin(x)$ и показать применение этих разложений.
28. Обосновать разложение в ряд функции $\ln(1+x)$ и показать применение этого разложения.
29. Дать определение тригонометрического ряда и ортогональной системы функций. Доказать ортогональность системы тригонометрических функций. Сформулировать определение ряда Фурье функции заданной на $[-\pi, \pi]$ и коэффициентов Фурье.

30. Охарактеризовать особенности ряда Фурье четной и нечетной функций. Привести примеры разложений.

31. Проанализировать сходимость ряда Фурье функции и поведение суммы ряда Фурье, заданной на отрезке $[-1,1]$. Сформулировать и проиллюстрировать теорему Дирихле.

32. Рассказать о возможных продолжениях при разложении в ряд Фурье функции, заданной на отрезке. Привести соответствующие формулы.

33. Введите понятие числового ряда и его суммы, сходящегося и расходящегося ряда. Приведите примеры школьного курса алгебры, иллюстрирующие это понятие.

34. Введите понятие сходящегося и расходящегося числового ряда. Докажите простейшие свойства сходящихся рядов: умножение на константу и сумма сходящихся рядов.

35. Введите понятие n -го остатка ряда. Сравните сходимость ряда и его любого остатка. Объясните, как изменится сходимость ряда, если в нем отбросить конечное число членов.

36. Докажите необходимое условие сходимости ряда. На примере гармонического ряда покажите, что оно не является достаточным. Сформулируйте достаточное условие расходимости числового ряда.

37. Объясните, как исследовать сходимость рядов с неотрицательными членами. Сформулируйте и докажите признак сравнения для рядов с неотрицательными членами в непердельной форме. Приведите примеры.

38. Объясните, как исследовать сходимость рядов с неотрицательными членами. Сформулируйте и докажите признак сравнения для рядов с неотрицательными членами в предельной форме. Приведите примеры.

39. Сформулируйте и докажите признак Даламбера сходимости рядов с неотрицательными членами. Проиллюстрируйте примерами.

40. Сформулируйте и докажите радикальный признак Коши сходимости рядов с неотрицательными членами. Проиллюстрируйте примерами.

41. Сформулируйте и докажите интегральный признак сходимости рядов с неотрицательными членами. Проиллюстрируйте примерами.

42. Сформулируйте интегральный признак сходимости ряда. Введите понятие обобщенного гармонического ряда. Исследуйте обобщенный гармонический ряд на сходимость

43. Введите понятие знакопеременного ряда. Докажите признак Лейбница. новать формулы разложения в ряд Фурье функции, заданной на $[-1,1]$.

44. Введите понятие знакопеременного ряда. Сформулируйте признак Лейбница. Покажите применение этого признака к приближенным вычислениям.

45. Введите понятие абсолютно сходящегося ряда и сформулируйте его свойства. Проиллюстрируйте примерами.

46. Сформулируйте и докажите теорему о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда.

47. Введите понятие условно сходящегося ряда. Сформулируйте теорему Римана о перестановке членов условно сходящегося ряда. Проиллюстрируйте примерами.

48. Введите понятие функционального ряда. Объясните, как определять область сходимости функционального ряда.

49. Сформулируйте определение равномерной сходимости функционального ряда на множестве и приведите примеры равномерно и неравномерно сходящихся функциональных рядов.

50. Сформулируйте и докажите признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.

51. Сформулируйте свойства равномерно сходящихся функциональных рядов

непрерывных функций. Сформулируйте достаточное условие неравномерной сходимости.

52. Опишите возможности изучения элементов теории рядов в школьном курсе математики.

8.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета.

Зачет позволяет оценить сформированность компетенций, теоретическую подготовку студента, его способность к творческому мышлению, готовность к практической деятельности, приобретенные навыки самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их при решении практических задач.

При балльно-рейтинговом контроле знаний итоговая оценка выставляется с учетом набранной суммы баллов.

Собеседование (устный ответ) на зачете.

Для оценки сформированности компетенции посредством собеседования (устного ответа) студенту предварительно предлагается перечень вопросов или комплексных заданий, предполагающих умение ориентироваться в проблеме, знание теоретического материала, умения применять его в практической профессиональной деятельности, владение навыками и приемами выполнения практических заданий.

При оценке достижений студентов необходимо обращать особое внимание на:

- усвоение программного материала;
- умение излагать программный материал научным языком;
- умение связывать теорию с практикой;
- умение отвечать на видоизмененное задание;
- владение навыками поиска, систематизации необходимых источников литературы по изучаемой проблеме;
- умение обосновывать принятые решения;
- владение навыками и приемами выполнения практических заданий;
- умение подкреплять ответ иллюстративным материалом.

9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Яновский, А. А. Ряды [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. А. Яновский ; Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Ставропольский государственный аграрный университет. - Ставрополь : Ставропольский государственный аграрный университет, 2015. - 43 с. - Режим доступа : <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=438880>

2. Волков, В.А. Ряды Фурье. Интегральные преобразования Фурье и Радона / В.А. Волков ; науч. ред. Р.М. Минькова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. - Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014. - 33 с. : ил. - <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276566>.

Дополнительная литература

1. Кремер, Н. Ш. Математический анализ : учебник и практикум / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин; под общ.ред. Н. Ш. Кремера. - М. :Юрайт, 2014. - 620 с.

2. Тер-Крикоров, А. М. Курс математического анализа : учеб. пособие для вузов / А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин. - 5-е изд. - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. - 672 с.

10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://window.edu.ru/> - Единое окно доступа к образовательным ресурсам

2. <https://fgos.ru/> - Федеральные государственные образовательные стандарты

2. <http://knigka.info> – Электронная библиотека книг
3. <http://edu.ru> – Федеральный портал «Российской образование».

11. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины (модуля)

При освоении материала дисциплины необходимо:

- спланировать и распределить время, необходимое для изучения дисциплины;
- конкретизировать для себя план изучения материала;
- ознакомиться с объемом и характером внеаудиторной самостоятельной работы для полноценного освоения каждой из тем дисциплины.

Сценарий изучения курса:

- проработайте каждую тему по предлагаемому ниже алгоритму действий;
- изучив весь материал, выполните итоговый тест, который продемонстрирует готовность к сдаче зачета.

Алгоритм работы над каждой темой:

- изучите содержание темы вначале по лекционному материалу, а затем по другим источникам;
- прочитайте дополнительную литературу из списка, предложенного преподавателем;
- выпишите в тетрадь основные категории и персоналии по теме, используя лекционный материал или словари, что поможет быстро повторить материал при подготовке к зачету;
- составьте краткий план ответа по каждому вопросу, выносимому на обсуждение на лабораторном занятии;
- выучите определения терминов, относящихся к теме;
- продумайте примеры и иллюстрации к ответу по изучаемой теме;
- подберите цитаты ученых, общественных деятелей, публицистов, уместные с точки зрения обсуждаемой проблемы;
- продумывайте высказывания по темам, предложенным к лабораторному занятию.

Рекомендации по работе с литературой:

- ознакомьтесь с аннотациями к рекомендованной литературе и определите основной метод изложения материала того или иного источника;
- составьте собственные аннотации к другим источникам на карточках, что поможет при подготовке рефератов, текстов речей, при подготовке к зачету;
- выберите те источники, которые наиболее подходят для изучения конкретной темы.

12. Перечень информационных технологий

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе используется программное обеспечение, позволяющее осуществлять поиск, хранение, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители, организацию взаимодействия в реальной и виртуальной образовательной среде.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины студентами фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

12.1 Перечень программного обеспечения (обновление производится по мере появления новых версий программы)

1. Microsoft Windows 7 Pro
2. Microsoft Office Professional Plus 2010

3. 1С: Университет ПРОФ

12.2 Перечень информационно-справочных систем (обновление выполняется еженедельно)

1. Информационно-правовая система «ГАРАНТ» (<http://www.garant.ru>)
2. Справочная правовая система «КонсультантПлюс» (<http://www.consultant.ru>)

12.3 Перечень современных профессиональных баз данных

1. Профессиональная база данных «Открытые данные Министерства образования и науки РФ» (<http://xn----8sblcdzzacvuc0jbg.xn--80abucjiibhv9a.xn--p1ai/opendata/>)
2. Электронная библиотечная система Znanium.com(<http://znanium.com/>)
3. Единое окно доступа к образовательным ресурсам (<http://window.edu.ru>)

13. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Для проведения аудиторных занятий необходим стандартный набор специализированной учебной мебели и учебного оборудования, а также мультимедийное оборудование для демонстрации презентаций на лекциях. Для проведения практических занятий, а также организации самостоятельной работы студентов необходим компьютерный класс с рабочими местами, обеспечивающими выход в Интернет.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе необходимо наличие программного обеспечения, позволяющего осуществлять поиск информации в сети Интернет, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. (№ 320, главный учебный корпус)

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Наборы демонстрационного оборудования: автоматизированное рабочее место в составе (учебный мультимедийный комплекс трибуна, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, курсового проектирования (выполнения курсовых работ).

Школьный кабинет математики(№108, главный учебный корпус).

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Наборы демонстрационного оборудования: автоматизированное рабочее место в составе (системный блок, монитор, клавиатура, мышь, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Помещение для самостоятельной работы(№225, главный учебный корпус).

Помещение укомплектовано специализированной мебелью и техническими средствами обучения.

Основное оборудование:

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета (персональный компьютер 10 шт.).

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

